

## СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА АНИМАЦИИ СИСТЕМЫ MAPLE

*Мирзакаримов Эргашбой Мирзабоевич*

*Исполняющий обязанности доцента Ферганский политехнический институт, Фергана, Узбекистан  
ergashboy.mir@mail.ru*

### Аннотация

*В статье исследованы особенности необходимых условий преподавание предмета курса «Высшая математика». С каждым годом актуален вопрос подготовки для предприятий различных областей кадров с высшей квалификацией специалистов, мастеров высокоэффективных технологий и методов.*

*Современная ситуация требует серьезного пересмотра подхода к процессу обучения в вузах, коренных изменений в структуре и содержании преподаваемых дисциплин. В учебных планах бакалавров технических направлений значительно сократилось количество лекционных и практических занятий по дисциплинам математического цикла, при условии необходимости сохранения содержания и глубины охвата предметной области.*

### ARTICLE INFO

#### *Article history:*

Received 6 Aug 2022

Revised form 5 Sep 2022

Accepted 29 Oct 2022

**Ключевые слова:** вектор, скаляр, медиана, норма, расстояние, треугольник, высота, на отрезке, векторное произведение.

© 2019 Hosting by Central Asian Studies. All rights reserved.

\*\*\*

**Введение.** В этой ситуации важно так отобрать и структурировать содержание дисциплины, чтобы качество усвоения материала удовлетворяло современным требованиям образовательного стандарта. Особенно важным этот момент является раздела «Аналитическая геометрия» курса «Высшая математика» на первом курсе, в начале обучения в вузе, когда закладываются основы фундаментальных знаний и формируется отношение студента к учебе и будущей профессиональной деятельности.

**Постановка задачи.** Поэтому проблема рассматривается на примере преподавания бакалаврам технических направлений раздела «Аналитическая геометрия» курса «Высшая математика». Предлагаются конкретные пути изменения организации учебных занятий по аналитической геометрии в условиях резкого сокращения числа аудиторных часов по предмету «Высшая математика» в целом. Для решения проблемы предлагается применение из савремённой математических пакетов Maple. Потенциал системы Maple при систематическом использовании информационных технологий для преодоления этих проблем велик [1].

**Решение задачи.** Чтобы найти решение проблемы в системе Maple, мы запускаем пакеты VectorCalculus и Physics:-Vectors параллельно, чтобы сравнить работу, проделанную над каждой операцией в пакете.

1. На плоскости даны точки: A(2;7), B(13;33), C(4;-6), D(21;-3). Мы выполняем линейные операции над векторами, построенными в заданных точках плоскости, используя следующую программу Maple[3].

1)Переместить вектор в заданную точку.

### Программа Maple

```
> restart; with(plottools):with(plots):#difference,
> x1:=2: y1:=7: x2:=13: y2:=33:
> x3:=4: y3:=-6: x4:=21: y4:=-3:
```

*Определение векторов на основе координат заданных точек:*

```
> AB:= arrow(<x1,y1>,<x2,y2>,axes=normal,width = 0.36, difference,color=blue); AB := PLOT(...)
> CD:= arrow(<x3,y3>,<x4,y4>,axes=normal,width = 0.36, difference,color=blue); CD := PLOT(...)
> #CB:=animate(arrow,[<x3,y3>,<(x2-x3)*t,(y2-y3)*t>, width=0.36,axes=normal, color=black], t=0..1);
> ABCD:=animate(arrow,[<x3+(x2-x3)*t, y3+(y2-y3)*t>,
<x4-x3,y4-y3>,width=0.36, axes=normal, color=red], t=0..1); ABCD := PLOT(...)
```

*Определение точки на основе заданных координат:*

```
> N1234:=pointplot([[x1,y1],[x2,y2],[x3,y3],[x4,y4],
[x4-x3+x2,y4-y3+y2]],color=[blue,blue,blue,blue], symbol=circle,symbolsize=20):
> NABCD:=textplot([[x1,y1+0.5,'A'],[x2,y2-0.5,'B'], [x3+0.3,y3-0.6,'C'],[x4,y4,'D'],[x4-x3+x2,y4-y3+y2,'DD']],color=red,align=RIGHT, font=[TIMES,ROMAN,20]);
NABCD := PLOT(...)
```

*Переместите вектор параллельно заданной точке:*

```
> display([AB,CD,ABCD,N1234,NABCD],color=red, thickness=2); (рис.1)
```

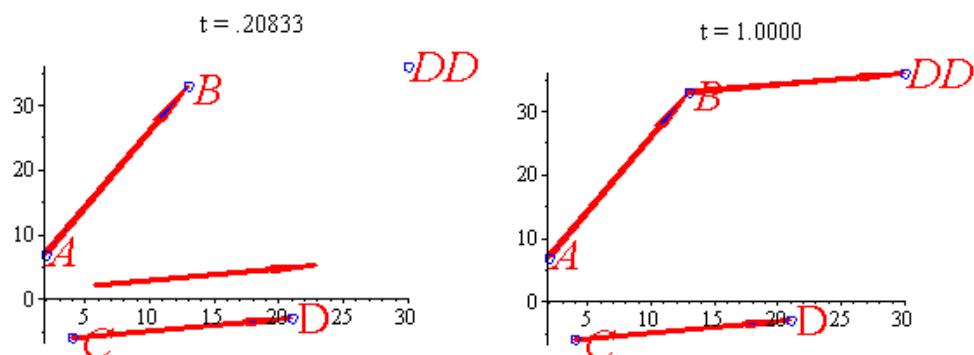


Рис.1. Переместите вектор параллельно заданной точке.

```
> ABCD:=animate(arrow,[<x3+(x2-x3)*t,y3+(y2-y3)*t>,
<x4-x3,y4-y3>,width=0.36,axes=normal,color=red], t=0..1);
```

ABCD := PLOT(...)

*Определение точки на основе заданных координат:*

```
> N1234:=pointplot([[x1,y1],[x2,y2],[x3,y3],[x4,y4], [x2+x4-x3,y2+y4-y3]],color=[blue,blue,blue,blue],symbol=circle,symbolsize=20):
```

```
> NABCD:=textplot([[x1,y1+0.5,'A'],[x2,y2-0.5,'B'], [x3+0.3,y3-0.6,'C'],[x4,y4,'D'],[x2+x4-x3,y2+y4-y3,' DD']],color=red,align=RIGHT, font=[TIMES,ROMAN,20]);
```

NABCD := PLOT(...)

```
> ADD:=animate(arrow,[<x1,y1>,<(x2-x1+x4-x3)*t,(y2-y1+
y4-y3)*t>, width=0.36,axes=normal,color=black], t=0..1);
```

ADD := PLOT(...)

```
> display([AB,CD,ABCD,N1234,NABCD,ADD],color=red, thickness=2); (рис.2)
```

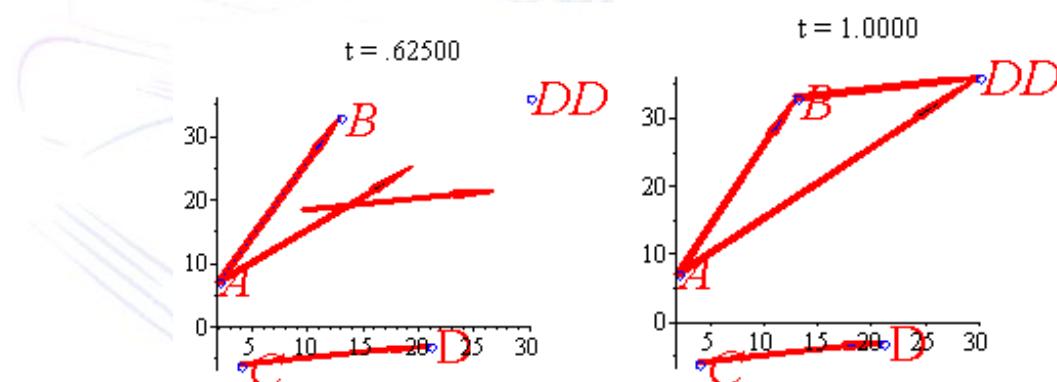


Рис.2. Анимированное сложение двух векторов на плоскости методом треугольника

### Программа Maple

```
> restart; with(plottools):with(plots):#difference,
> x1:=15: y1:=7: x2:=13: y2:=3: x3:=4: y3:=-6: x4:=21: y4:=-3: x5:=4: y5:=9: x6:=15: y6:=13:
> AB:= arrow(<x1,y1>,<x2,y2>,axes=normal,width= 0.36, difference, color=blue); AB := PLOT(...)
> CD:= arrow(<x3,y3>,<x4,y4>,axes=normal,width= 0.36, difference, color=blue); CD := PLOT(...)
> MN:=arrow(<x5,y5>,<x6,y6>,axes=normal,width = 0.36, difference, color=blue); MN := PLOT(...)
> ABCD:=animate(arrow,[<x3+(x2-x3)*t,y3+(y2-y3)*t>,<x4-x3,y4-y3>, width=0.36,
axes=normal,color=blue], t=0..1); #head_length=1.4, ABCD := PLOT(...)
```

```

> CDMN:=animate(arrow,[<x5+(x2+x4-x3-x5)*t,y5+(y2+y4-y3-y5)*t>,<x6-x5,y6-y5>,width=0.36,axes=normal, color=blue],t=0..1);   CDMN := PLOT(...)

> S1:=animate(arrow,[<x1,y1>,<(x2-x1+x4-x3)*t,(y2-y1+y4-y3)*t>,
width=0.36,axes=normal,color=black], t=0..1);

S1 := PLOT(...)

> S2:=animate(arrow,[<x1,y1>,<(x2+x4-x3+x6-x5-x1)*t, (y2+y4-y3+y6-y5-y1)*t>,width=0.36,
axes=normal, color=black],t=0..1);   S2 := PLOT(...)

> N1234:=pointplot([[x1,y1],[x2,y2],[x3,y3],[x4,y4], [x5,y5], [x6,y6]],color=[blue,blue,blue,blue,blue,blue],symbol=circle, symbolsize=20):

> NABCD:=textplot([[x1,y1+0.5,'A'],[x2,y2-0.5,'B'], [x3+0.3,y3-0.6,'C'],[x4,y4,'D'],[x5,y5,'M'],
[x6,y6,'N'],[x2+x4-x3,y2+y4-y3,'DD'],[x2+x4-x3+x6-x5,y2+y4-y3+y6-y5,'DDN']],color=red,align=RIGHT, font= [TIMES,ROMAN, 20]);   NABCD := PLOT(...)

> display([AB,CD,MN,ABCD,CDMN,S1,S2,N1234,NABCD], color=red, thickness=2); (рис.3)

```

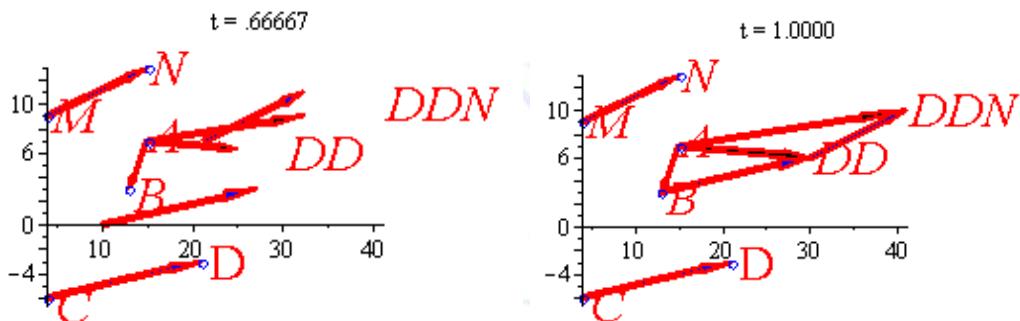


Рис.3. Анимированное сложение трех векторов на плоскости методом треугольника

2)Перемещение векторов в направлении друг друга. Сложение двух векторов на плоскости методом параллелограмма

#### Программа Maple

```

> restart; with(plottools):with(plots):#difference,
> x1:=2:y1:=7: x2:=10:y2:=17:
x3:=8:y3:=6: x4:=12:y4:=3:
> AB:= arrow(<x1,y1>,<x2,y2>,axes=normal,width = 0.03, difference,color=blue); AB := PLOT(...)
> AC:=arrow(<x1,y1>,<x3,y3>,axes=normal,width = 0.04, difference,color=blue); AC := PLOT(...)
> ABAC:=animate(arrow,[<x1+(x2-x1)*t, y1+(y2-y1)*t>,<x3-x1,y3-y1>,width=0.04,
axes=normal,color=red], t=0..1);

ABAC := PLOT(...)

```

```
> ACAB:=animate(arrow,[<x1+(x3-x1)*t, y1+(y3-y1)*t>,<x2-x1, y2-y1>,width=0.03,
axes=normal,color=red], t=0..1);
```

ACAB := PLOT(...)

```
> SABAC:=animate(arrow,[<x1,y1>,<(x2+x3-2*x1)*t,(y2+y3-2*y1)*t>,width=0.03,axes=normal,
color=black],t=0..1);
```

SABAC := PLOT(...)

```
> NAB:=textplot([[x1,y1+0.1,'A'],[x2,y2+0.1,'B'], [x3+0.1,y3-0.1,'C'],[x2+x3-x1,y2+y3-y1,'BC']],color=red,align=RIGHT,font=[TIMES,ROMAN, 30]);
```

NAB := PLOT(...)

```
> ABD:=animate(arrow,[<x2,y2>,<(x3-x2)*t,(y3-y2)*t>, width=0.08,axes=normal, color=black],
t=0..1);
```

ABD := PLOT(...)

> display(AB,AC,ABAC,ACAB,SABAC,NAB,ABD,color=red, thickness=2); (рис.4)

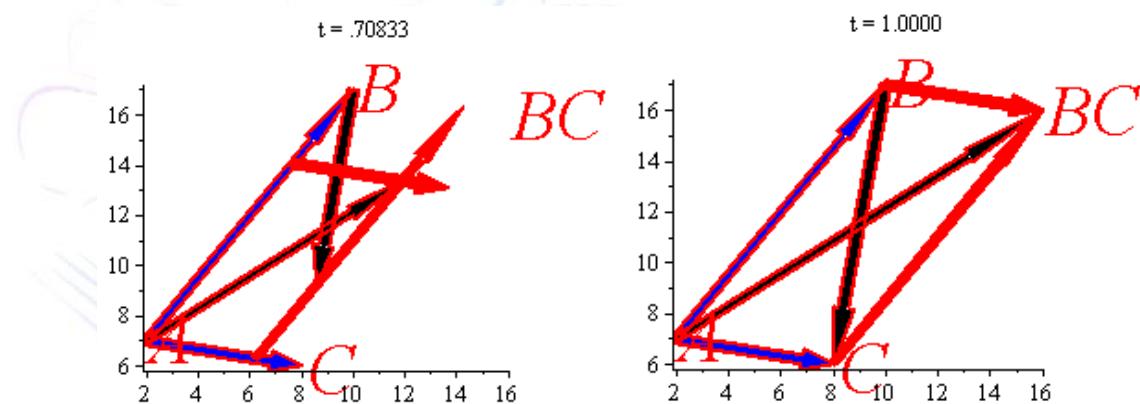


Рис.4. Сложение двух векторов на плоскости методом параллелограмма.

2. В пространстве даны точки: A(7;2;0 ), B(5;7;0), C(4;6;10), D(2;3;7). Мы выполняем линейные операции над векторами, построенными в заданных точках в пространства, используя следующую программу Maple.

#### Программа Maple

```
> restart; with(plottools):with(plots):
```

```
> x1:=7: y1:=2: z1:=0: x2:=5: y2:=7: z2:=0:
```

```
> x3:=4: y3:=6: z3:=10: x4:=2: y4:=3: z4:=7:
```

```
> AB:= arrow(<x1,y1,z1>,<x2,y2,z2>,axes=normal,
```

```
width = 0.3,difference, color=blue);
```

AB := PLOT3D(...)

```
> AC:=arrow(<x1,y1,z1>,<x3,y3,z3>,axes=normal,
width = 0.3,difference, color=blue);
```

AC := PLOT3D( ... )

```
> BC:=arrow(<x2,y2,z2>,<x3,y3,z3>,axes=normal,
width = 0.3,difference, color=blue);
```

BC := PLOT3D( ... )

```
> ABAC:=animate(arrow,[<x1+(x2-x1)*t,y1+(y2-y1)*t, z1+(z2-z1)*t>,<x3-x1,y3-y1,z3-z1>,width=0.3,
axes=normal,color=red],t=0..1,orientation=[6,77]);
```

ABAC := PLOT3D( ... )

```
> ACAB:=animate(arrow,[<x1+(x3-x1)*t, y1+(y3-y1)*t, z1+(z3-z1)*t>,
<x2-x1,y2-y1,z2-z1>,width=0.3, axes=normal,color=red], t=0..1,orientation=[6,77]);
```

ACAB := PLOT3D( ... )

```
> ADV:=animate(arrow,[<x1,y1,z1>,<(x2+x3-2*x1)*t, (y2+y3-2*y1)*t, (z2+z3-
2*z1)*t>,width=0.3,axes=normal, color=black],t=0..1, orientation=[6,77]);
```

ADV := PLOT3D( ... )

```
> tABC:=textplot3d([[x3,y3,z3+0.8,'C'],[x1+0.5,y1+1.0,z1,'A'],
[x2,y2+0.7,z2,'B'],[x2+x3-x1,y2+y3-y1,z2+z3-z1+1,' BC']],color=red,
align=Left,font=[TIMES,ROMAN,20]);
```

tABC := PLOT3D( ... )

```
> display(ACAB,ADV,AB,AC,tABC, color=red, linestyle=dash, thickness=2,orientation=[-10,66]);
(рис.5)
```

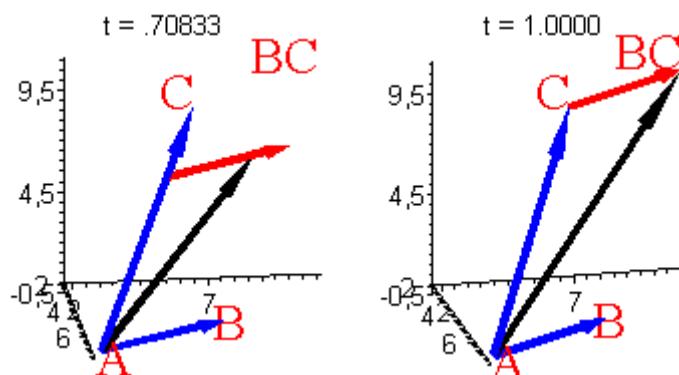


Рис.5. Анимированное сложение двух векторов в пространстве методом треугольника.

Анимированное сложение двух векторов в пространстве методом параллелограмма:

> display(ACAB,ABAC,ADV,AB,AC,tABC, color=red, linestyle=dash, thickness=2, orientation=[-10,66]); (рис.6)

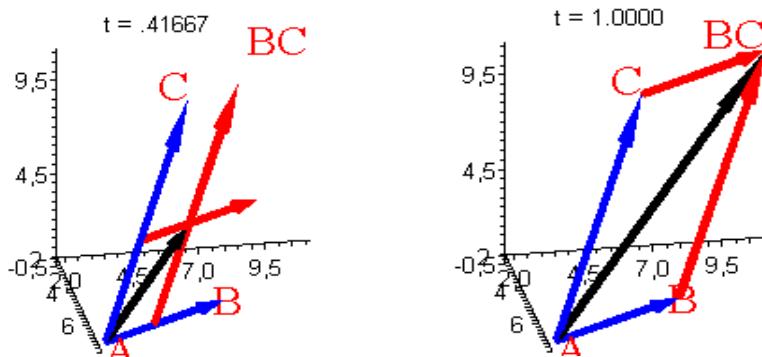


Рис.6. Анимированное сложение двух векторов в пространстве методом параллелограмма.

2) Перемещение векторов в направлении друг друга.

> ABAC:=animate(arrow,[ $x_1+(x_2-x_1)*t, y_1+(y_2-y_1)*t, z_1+(z_2-z_1)*t$ ], $,< x_3-x_1, y_3-y_1, z_3-z_1 >$ , width=0.3, axes=normal,color=red],t=0..1,orientation=[6,77],trace=6); #,trace=25, frames=50

ABAC := PLOT3D(...)

> ACAB:=animate(arrow,[ $x_1+(x_3-x_1)*t, y_1+(y_3-y_1)*t, z_1+(z_3-z_1)*t$ ], $,< x_2-x_1, y_2-y_1, z_2-z_1 >$ , width=0.3, axes=normal],t=0..1,color=red,orientation=[6,77],trace=7);

ACAB := PLOT3D(...)

> display(ACAB,ABAC,ADV,AB,AC,tABC, linestyle=dash, thickness=2, orientation=[-10,66]); (рис.7)

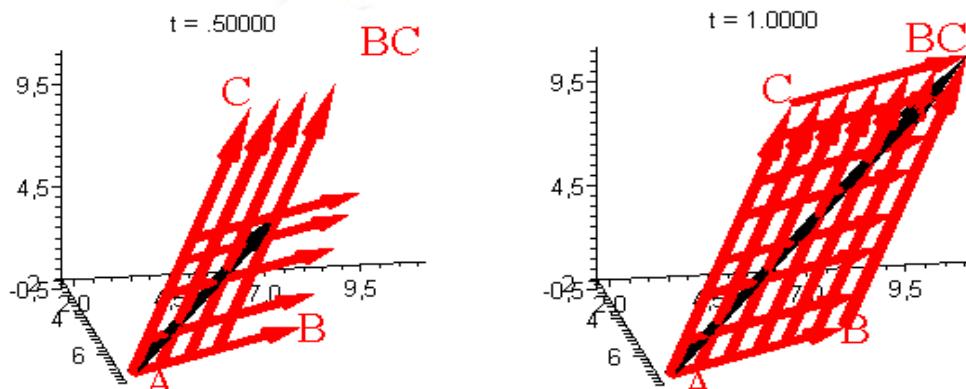


Рис.7. Параллельно перемещение векторов в направлении друг друга.

**Анализ полученных результатов.** Система Maple может использоваться для быстрого, точного и качественного решения задач в разделах аналитической геометрии и математического анализа высшей математики, а также дает возможность решение инженерных задачах анимированного построения графики и фигур в форматах 2D и 3D[2,3,9].

**Заключение.** Преподавания бакалаврам технических направлений раздела «Аналитическая геометрия» курса «Высшая математика». Предлагаются конкретные пути изменения организации

учебных занятий по аналитической геометрии в условиях резкого сокращения числа аудиторных часов по предмету «Высшая математика» в целом[4,5,7,8].

Трехчастный учебник «Решение задач высшей математики по программе Maple» и двухчастный учебник «Решение задач аналитической геометрии в системе Maple», созданный М.Е.Мирзакаримовым и изданный на основании решение Министерства высшего образования, полезны студентам и учителям [2,3].

## Литературы

1. Матросов А.В. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики. СПб.: БХВ -Петербург, 2001.
2. Мирзакаримов Е.М. Решение задачи по высшей математике с помощью Maple. 1,2,3q, Т.: "Искры литературы", 2014,2015,2015.
3. Мирзакаримов Е.М. Решение задач аналитической геометрии в системе Maple. Часть 1, Т.: "Навруз", 2019 г..
4. Mirzakarimov, E. M., & Fayzullaev, J. S. (2020). Improving the quality and efficiency of teaching by developing students\* mathematical competence using the animation method of adding vectors to the plane using the maple system. *Scientific Bulletin of Namangan State University*, 2(9), 336-342.
5. Mirzakarimov E. M., Faizullaev J. I.,( 2019) Method of teaching the integration of information and educational technologies in a heterogeneous parabolic equation //scientific bulletin of namangan state university. т. 1. – №. 5. – с. 13-17.
6. Fayzullaev, J. (2020). A systematic approach to the development of mathematical competence among students of technical universities. *European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences Vol*, 8(3). 42-47
7. Fayzullayev J. I. Mathematical competence development method for students through solving the vibration problem with a Maple system //scientific bulletin of namangan state university. – 2020. – т. 2. – №. 8. – с. 353-358.
8. Mirzaboevich, M. E., & ugli, E. M. I. (2021). Using Maple Programs in Higher Mathematics. Triangle Problem Constructed on Vectors in Space. *central asian journal of mathematical theory and computer sciences*, 2(11), 44-50. Retrieved from <https://cajmtcs.centralasianstudies.org/index.php/CAJMTCS/article/view/123>.
9. Мирзабоевич, М. Э. (2022). Создание корреляционной таблицы в системе maple. *Central asian journal of mathematical theory and computer sciences*, 3(10), 1-7. Retrieved from <https://cajmtcs.centralasianstudies.org/index.php/CAJMTCS/article/view/236>